

28/02/2017

INDICE

1. Magnetostatica	2
1.1. Legge di Biot-Savart	2
1.2. Legge circuitale di Ampere	2
1.3. Flusso magnetico e densità di flusso magnetico	3
2. Forze magnetiche, materiali e induttanze	4
2.1. Forza di Lorentz	4
2.2. Materiali magnetici	4
2.3. Isteresi magnetica	5
2.4. Circuiti magnetici	6

1. MAGNETOSTATICA

1.1. Legge di Biot-Savart.

Introduciamo il vettore \vec{H} intensità del campo magnetico. Considerato una corrente continua che percorre un pezzo di conduttore, questo elemento è:

$$d\vec{H}_p = \frac{Id\vec{L} \times \vec{a}_R}{4\pi R^2}$$

I intensità corrente

\vec{R} vettore che congiunge P a $d\vec{L}$

Viene definita legge di ampere per l'elemento di corrente $[\frac{a}{m}]$ Visto che la corrente è continua la densità di carica è costante.

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$$

La corrente totale che attraversa una qualunque superficie chiusa è nulla, deve scorrere in un circuito chiuso. Si passa così alla versione integrale della legge di Biot-Savart:

$$\vec{H} = \oint_L \frac{Id\vec{L} \times \vec{a}_R}{4\pi R^2}$$

Pensando ad un filo le sue linee di flusso del campo sono circolari e centrate rispetto al filo. Considerando l'elemento infinitesimo di corrente in $(0, \varphi, z)$ e il punto P in $(\rho, \varphi, 0)$:

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r'} = \rho\vec{a}_\rho - z\vec{a}_z$$

Il versore \vec{a}_R è uguale a:

$$\vec{a}_R = \frac{\rho\vec{a}_\rho - z\vec{a}_z}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

1.2. Legge circuitale di Ampere.

$$\oint_L \vec{h} \cdot d\vec{L} = I$$

Definiamo positiva la corrente secondo la *regola della mano destra*. I è sempre continua, quindi qualsiasi percorso venga scelto per l'integrazione di H il risultato è sempre pari alla corrente I che passa dalla curva chiusa qualunque forma essa abbia.

Esempio 1. Determiniamo con la legge di ampere il campo di un filo percorso da una corrente I :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \int_0^{2\pi} H_\varphi \rho d\varphi = H_\varphi \rho \int_0^{2\pi} d\varphi = H_\varphi \rho 2\pi = I \Rightarrow H_\varphi = \frac{I}{2\pi\rho}$$

Esempio 2. Consideriamo un solenoide di raggio R con N spire avvolte in aria su una lunghezza d , percorse da corrente I . Il campo è posto all'interno del solenoide lungo il suo asse, il suo verso è definito secondo la regola della mano destra secondo il verso di percorrenza della corrente nelle spire. Supponendo nullo il campo magnetico all'esterno del solenoide, l'intensità di campo applicando la legge di Ampere su un percorso che passa all'interno e all'esterno del solenoide è pari a:

$$H d = N I \Rightarrow H = \frac{NI}{d}$$

Viene definita come *spira o solenoide un'avvolgimento con N spire, disposte su una certa lunghezza d percorsa da una certa corrente di valore I .*

1.3. Flusso magnetico e densità di flusso magnetico. Introduciamo \vec{B} chiamato *densità di flusso magnetico*, nello spazio vuoto è definito:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

misurato in weber per metro quadro o in tesla $[\frac{Wb}{m^2}] = [T]$ μ_0 permeabilità magnetica, valore nel vuoto $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$

H henry, misurato in $[\frac{A}{m}]$

\vec{B} come \vec{D} è un vettore che descrive la densità di flusso. Si può quindi comparare la legge di Biot-Savart e quella di Coulomb stabilendo un'analogia tra \vec{E} e \vec{H} . Per \vec{B} si può scrivere:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad Wb$$

$$\Psi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

La legge di Gauß per il campo magnetico è:

$$\oint_{\vec{B} \cdot d\vec{S}} = 0$$

Esempio. Calcolare il flusso magnetico in un cavo coassiale con raggio dei conduttori a e b , lungo d e percorso da una corrente I . \vec{B} è pari a:

$$B_\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$$

Il flusso:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^d \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} d\rho dz = \frac{\mu_0 Id}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

2. FORZE MAGNETICHE, MATERIALI E INDUTTANZE

2.1. Forza di Lorentz.

Considerando una particella con carica Q in movimento alla velocità \vec{v} in un campo magnetico in cui conosciamo il vettore \vec{B} , si ha che:

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Si nota che il vettore accelerazione indotto al campo magnetico è sempre perpendicolare al vettore velocità, non varia mai il modulo. L'energia cinetica rimane invariata se il campo magnetico è costante. Le forze di un campo elettrico e di uno magnetico combinate sono pari a:

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Equazione della forza di Lorentz}$$

Pensando ad una particella elementare di carica dQ la forza esercitata sulla particella è pari a:

$$d\vec{F} = dQ\vec{v} \times \vec{B}$$

Lungo L si ottiene:

$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$$

l'ampiezza di questa forza è pari a:

$$f = BIL \sin \theta$$

Se il campo di induzione è costante si ottiene:

$$\vec{F} = -I\vec{B} \times \underbrace{\oint_0 d\vec{L}}_0 = 0$$

Il campo genera una forza complessiva pari a 0, che non è nulla per i singoli tratti del circuito, per cui si genera una coppia che agisce sulla spira. La coppia o *momento del dipolo magnetico* per una spira piana immersa in campo magnetico uniforme è pari a:

$$\vec{m} = I\vec{S}$$

\vec{S} vettore normale alla spira di lunghezza pari all'area della spira stessa.

Se il campo \vec{B} è uniforme il momento agente sulla spira è:

$$\vec{T} = I\vec{S} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

Analogamente un dipolo elettrico ha formula:

$$\vec{T} = \vec{p} \times \vec{E}$$

2.2. Materiali magnetici.

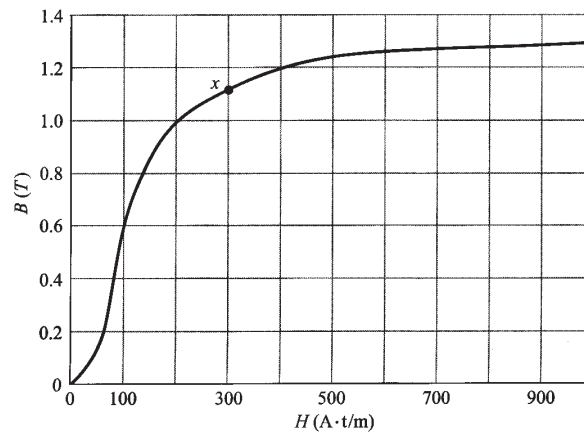
Il comportamento magnetico dei materiali 'è dovuto sia al campo generato dagli elettroni in orbita attorno ai relativi nuclei, sia al campo magnetico dovuto alla rotazione su se stessi degli elettroni (spin). Dalle varie combinazioni di questi campi, in presenza o assenza di un campo esterno, possiamo classificare i materiali nel modo seguente:

- *Materiali diamagnetici*: il campo \vec{B} risultante all'applicazione di un campo esterno è leggermente inferiore al campo \vec{B} applicato (bismuto, idrogeno, elio, rame, oro, silicio, grafite).
- *Materiali paramagnetici*: il campo \vec{B} risultante all'applicazione di un campo esterno è leggermente superiore al campo \vec{B} applicato (potassio, ossigeno, tungsteno, terre rare).

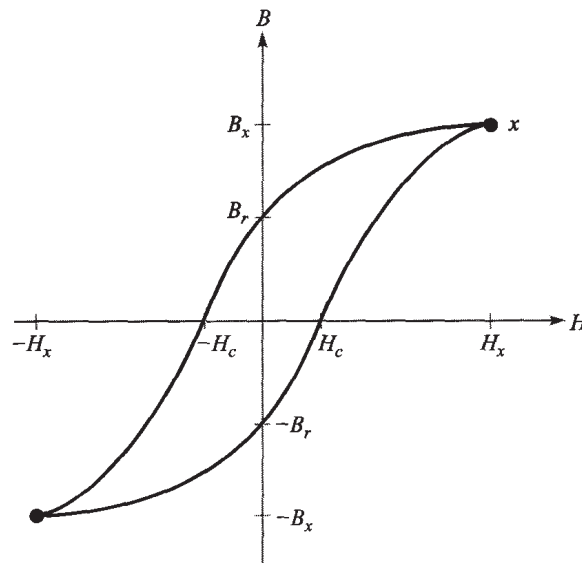
- *Materiali ferromagnetici*: il campo \vec{B} risultante all'applicazione di un campo esterno è superiore di molto al campo \vec{B} applicato (ferro, nickel, cobalto). Questi materiali, inoltre, presentano un comportamento particolare all'applicazione e alla diminuzione dell'intensità del campo esterno, per cui il valore del campo \vec{B} interno è funzione della storia magnetica del materiale, secondo un fenomeno chiamato isteresi.

2.3. Isteresi magnetica.

Consideriamo il legame tra H e B in un materiale ferromagnetico



In figura è rappresentato il diagramma di magnetizzazione di un materiale ferromagnetico, vediamo che B cresce rapidamente fino a quando H raggiunge circa le $100 \frac{A \cdot spire}{m}$ poi comincia a saturarsi ad un valore massimo $H_x = 300 \frac{A \cdot spire}{m}$, riducendo il valore di H si ottiene:



La curva di ritorno non coincide con la curva di andata infatti quando $H = 0$ rimane una densità di flusso pari a B_r . Continuando fino ad $-H_x$ otteniamo l'anello in figura. la curva di prima magnetizzazione è compresa tra le due curve successive di magnetizzazione, curve che sono tanto più strette, quanto più basso è il valore massimo di H raggiunto.

2.4. Circuiti magnetici. Hanno questo nome perchè molto simili ai circuiti elettrici in corrente continua, la differenza sta nella natura non lineare delle porzioni ferromagnetiche nel circuito, i sistemi di analisi adottati sono simili a quelli usati nei circuiti elettrici contenenti elementi non lineari.

Definiamo un potenziale magnetico scalare, o meglio una tensione magnetica tra A e B :

$$V_{mAb} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{L}$$

l'integrale dipende dal percorso

Il potenziale magnetico non è conservativo. Ciò dipende dal fatto che l'integrale

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I_{tot} = NI$$

non è nullo come nel caso dell'equivalente elettrico. La corrente totale è ottenuta pensando che un conduttore percorso dalla corrente I è avvolto in N spire attorno al percorso chiuso lungo cui si effettua l'integrazione del campo magnetico.

Si può pensare che questo percorso chiuso sia un "tubo di flusso" chiuso su se stesso in cui sia confinato un flusso magnetico.

Consideriamo un tubo di flusso cilindrico lungo d e con sezione S composto di un materiale magnetico lineare di permeabilità μ . In analogia con la *legge di Ohm*: $V = RI$ dei circuiti elettrici definiamo una costante R chiamata *riluttanza* che leghe il potenziale magnetico scalare al flusso.

$$V_{mAB} = \mathcal{R}\Phi \quad \text{Legge di Hopkinson}$$

La riluttanza si misura in $[\frac{A \cdot spire}{Wb}]$, mentre Φ è:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \mu \vec{H} \cdot d\vec{S}$$

La riluttanza dei conduttori isotropici e lineari sono calcolati con la seguente:

$$\mathcal{R} = \frac{d}{\mu S}$$

Solitamente si applica all'aria

La sorgente di flusso magnetico detta forza magnetomotrice (fmm) è una corrente che passa all'interno del circuito magnetico, non è identificabile con due morsetti come nei circuiti elettrici.

Esempio. Calcolare il flusso in toroide con nucle in aria, con 500 spire percorse da $4A$, con una sezione di $6cm^2$ e un raggio medio di $15cm$. Il confinamento del campo del toroide si ottiene distribuendo le spire uniformemente lungo la circonferenza del toroide.

$$V_{m,s} = 2000 \quad A \cdot spire \quad \text{sorgente}$$

$$\mathcal{R} = \frac{d}{\mu S} = \frac{2\pi(0.15)}{4\pi 10^{-7} \times 6 \cdot 10^{-4}} = 1.25 \cdot 10^9 \quad \frac{A \cdot spire}{Wb} \quad \text{riluttanza}$$

$$B = \frac{\Phi}{S} = 2.67 \cdot 10^{-3} \quad T, \quad H = \frac{B}{\mu} = 2120 \quad \frac{A \cdot spire}{m} \quad \text{vettori } B \text{ e } H$$

Applicando la legge circuitale di Ampere si ottiene:

$$H_{\Phi} 2\pi r = N I \Rightarrow H_{\Phi} = \frac{N I}{2\pi r} = \frac{2000}{2\pi 0.15} = 2120 \quad \frac{A \cdot spire}{m}$$